venteranno i suoi assintoti. Per la proprietà dunque che hanno i punti *H* e *K* della trasversale di appartenere, l'uno alle rette *IH* e *JH,* l'altro alle rette *IK* e *JK₉* è resa manifesta la verità del seguente teorema :

Gli assintoti d'ogni conica circoscritta ad un quadrangolo sono paralleli a due diametri coniugati della conica luogo dei centri di tutte le coniche circoscritte al quadrangolo stesso.

Ma ha luogo anche un'altra proprietà che è come la reciproca della precedente.

Conduciamo infatti le rette *JE* e /£"', che risultano conjugate armoniche rispetto alle *J H, J K.* Quando la trasversale passa a distanza infinita, queste due nuove rette, essendo conjugate armonicamente coi due assintoti della conica circoscritta, diventano due suoi diametri conjugati. Ora, essendo i punti £, £' quelli in cui la conica dei nove punti è toccata dalle tangenti condotte ad essa dal punto 7, queste due tangenti, quando la trasversale passa all'infinko, diventano i suoi assintoti, epperò le rette *J E, JE'* diventano allora parallele a questi assintoti medesimi; dunque: *le due rette condotte dal centro di ciascuna delle coniche circoscrìtte ad un quadrangolo parallelamente agli assintoti della conica luogo dei centri di tutte le coniche analoghe, sono due diametri conjugati delia conica circoscritta.*

Ossia, in altre parole :

Ciascuna delle coniche circoscritte ad un quadrangolo ha una coppia di diametri coniugati paralleli agli a s sii itoti della conica luogo dei loro centri.

VII.

Dalle cose esposte precedentemente risulta che, dato in un piano un quadrangolo completo, ogni altra retta del piano stesso da luogo ad una corrispondente conica, circoscritta al triangolo formato dai punti d'incontro delle tre coppie di lati opposti del quadrangolo ; e, reciprocamente, che ogni conica circoscritta a questo triangolo può considerarsi come corrispondente ad una retta unica ed individuata del piano. Le equazioni (i) e (2) insegnano a trovare l'equazione della conica quando è data quella della retta, o l'equazione della retta quando è data quella della conica.

Inoltre è facile dimostrare che quando una retta gira intorno ad un punto fisso, anche le coniche corrispondenti passano tutte per un medesimo altro punto fisso. Infatti, se la trasversale (i) va girando intorno al punto (a, (3, y), le quantità /, *m, n* varieranno continuamente rendendo sempre identica l'equazione

/ oc -j- *m$* 4" *n* Y — °

- Ora quest'identità può scriversi nel modo seguente: